fattore]/— i ai rapporti dei lati col raggio e lasciando inalterati gli angoli, ciò che equivale a mutare le funzioni circolari dei lati in funzioni iperboliche. Per es. la prima forinola della trigonometria sferica

cos -Q- = cos -jr- cos -jr- 4- sen -rr- sen -5- cos A
K K K X J\

diventa

75- - y r - ^ n -- -jr-
K A K K

Introducendo invece dei lati *a, b, e* i corrispondenti angoli di parallelismo mediante le forinole (io), questa relazione si converte nella seguente :

cos A. cos n Cb[cos II Co] - ^ -- SC11 H (6). 8611 II (e) rr/\ —
sen II *(a)* •

e questa è una delle equazioni fondamentali della planimetria non-euclidea *). Analogamente si possono ottenere le altre. (Il passaggio inverso da queste equazioni a quelle della trigonometria sferica è stato indicato da LOBATSGHEWSKY, alla pag. 34, ma come un semplice fatto analitico).

I risultati precedenti ci sembrano manifestare pienamente la corrispondenza vigente fra la planimetria non-euclidea e la geometria pseudosferica. Per verificare la stessa cosa da un altro punto di vista, vogliamo ancora stabilire direttamente, colla nostra analisi, il teorema relativo alla somma dei tre angoli di un triangolo.

Consideriamo il triangolo rettangolo formato dalla geodetica fondamentale v = o, da una delle geodetiche perpendicolari u — cost., e dalla geodetica- uscente dall'origine sotto l'angolo p-, la cui equazione è

$$v = u \text{ tg } [/, .$$

Chiamiamo [/.' il terzo angolo di questo triangolo. L'angolo corrispondente ad esso, nel piano ausiliare è 90° — »./,, epperò la relazione stabilita precedentemente fra gli angoli corrispondenti nella superficie e nel piano da

tg ^ ~ , _ W COS [/, / *a* sen JJL '

donde si scorge che quando (x è un angolo acuto, lo è pure [//, Essendo v = u tg [/-, questa forinola può scriversi, prendendo il radicale positivamente,

*) LOBATSCHEWSKY, 1. C., 11° 37.

M. —